

Thalétova matematika v zrkadle Galileovej fyziky¹

Ladislav Kvasz —

Pedagogická fakulta Karlovy univerzity, Praha

Filosofický ústav AV ČR, v.v.i., Praha

ladislavkvasz@gmail.com

Vznik matematiky ako deduktívnej disciplíny bol proces, ktorý podľa tradície začal Thalétom v šiestom storočí pred našim letopočtom a bol zavŕšený Euklidom o tristo rokov neskôr. Pokúšať sa o rekonštrukciu tohto procesu, pre ktorý takmer úplne chýbajú dobové dokumenty, je neľahká úloha. O protagonistoch ranej histórie matematiky možno povedať to, čo roku 1865 povedal o Pythagorovi Eduard Zeller: „Správy o Pythagorovi sú tým bohatšie a určitejšie, čím sú chronologicky ďalej od doby a udalostí, o ktorých pojednávajú.“² A aj o interpretáciu dochovaných správ vedú historici zásadné spory, ktoré ostávajú kvôli nedostatku evidencie asi navždy nerozhodnuté. Musíme priznať, že nevieme, čo takí matematici, ako boli Thalés či Pythagoras, tvrdili a ako svoje tvrdenia zdôvodňovali.³ Zdá sa, že urobiť pre poznanie dejín začiatkov gréckej matematiky podstatne viac, než urobili Sir Thomas Heath,⁴ Bartel Leendert van der Waerden⁵ či Walter Burkert,⁶ nie je možné. Čím viac

1 Chcel by som sa poďakovať Vojtěchovi Kolmanovi, Zdeňkovi Kratochvílovi a Antonovi Markošovi za mnohé podnetné pripomienky a Vladislavovi Suvákovi za pomoc pri transliterácii gréckych vlastných mien. Príspevok je súčasťou grantovej úlohy GA ČR P407/11/1740.

2 Zeller, E., Pythagoras und die Pythagorassage. In: ten istý, *Vorträge und Abhandlungen geistlichen Inhalts*. Leipzig, L. W. Reiland 1865, s. 34.

3 Zdá sa, že toto stanovisko zastáva aj Zbyněk Šír, editor vynikajúcej antológie *Řecké matematické texty* (Praha, Oikúmené 2011), ktorá je ojedinelá i v medzinárodnom merítku. Svoj výber začína Hippokratom z Chia patriacim do druhého obdobia periodizácie uvedenej v úvode antológie. Prvé obdobie, teda dobu Thaléta a Pythagora, pre nedostatok textov vynecháva. Píše: „Je pritom prakticky nemožné odlíšiť, čo pochádza od Pythagora a čo od jeho žiakov.“ (tamže, s. 19) V tom mu plne dávame za pravdu. Naším cieľom je však predsa len sa pokúsiť o vypracovanie metódy, ktorá by umožňovala identifikovať jednotlivé vrstvy v dejinách matematiky na základe ich kognitívnych či epistemologických vlastností.

4 Heath, T., *A History of Greek Mathematics*. Vol. 1. New York, Dover 1981.

5 Waerden, B. L. van der, *Erwachende Wissenschaft*. Basel, Birkhäuser 1966.

6 Burkert, W., *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*. Cambridge, MA, Harvard University Press 1972.

sa ponárame do sveta klasickej filológie, tým silnejšie sa nás zmocňuje pocit, že otázka zrodu matematiky ostane navždy nezodpovedaná.⁷

Keď sa pokúšame o výklad vzniku matematiky, nerobíme to preto, že by sme neuznávali správnosť argumentácie filológov. Myslíme si však, že klasická filológia, napriek nepopierateľnému prínosu, nie je jediným možným pohľadom na matematické texty, ktoré sa z antiky dochovali. Pohľad filológa je primárny – od neho sa dozvieme, čo jednotlivé slová v tom-ktorom období znamenali; iba on nás môže poučiť o jazykových vrstvách určitého textu. Keď je príslušný text matematickým textom, existuje však aj iný prístup, a to matematický. Keby šlo o poéziu či drámu, súdy filológov by mali definitívnu platnosť. Ale v prípade matematiky je situácia iná. Určitý argument, nech už bol zachytený akýmikoľvek jazykovými prostriedkami, je z matematického hľadiska buď správny, alebo chybný. Prostriedky, ktorými ľudia v určitej dobe vyjadrovali dané matematické tvrdenie, argument či definíciu, sú jazykové prostriedky. Aj keď tvrdenia, argumenty či definície ranej gréckej matematiky vyrastajú z bežného jazyka (z gréčtiny a jej dialektov), nie sú jeho súčasťou. Svojím významom sa nevzťahujú k prirodzenému svetu (v ktorom každú vec, akokoľvek malú, je vždy možné – aspoň v predstave – rozdeliť na časti), ale ku svetu matematiky (kde *bod je to, čo časti nemá*). Slovo *stigma* (bod) síce pochádza z vojenstva, ale jeho matematické použitie sa vyznačuje práve tým, že to *nie je* stopa po bodnutí. Každá stopa po bodnutí, akokoľvek malá, má okraj, určitú veľkosť a tvar. Matematický bod však nemá ani okraj, ani veľkosť, ani tvar.

Zrod matematiky v dejinách i v každom z nás – lebo v každom z nás sa musí matematika zrodiť znova – znamená *zrod jazyka nového druhu*. Na rozdiel od bežného jazyka nemá jazyk matematiky slovesá, respektíve, ako poznával Gottlob Frege, má jediné sloveso, a to sloveso *byť*. Vo svete matematiky sa nič nedeje, nič sa nestáva, všetko už vždy bolo. Súčet štvorcov nad odvesnami pravouhlého trojuholníka je rovný štvorcu nad preponou. Je, vždy bol a vždy bude. Na rozdiel od bežného jazyka platia pravidlá jazyka matematiky presne. Súčet uhlov v (euklidovskom) trojuholníku je 180 stupňov, teda nie 179,99 ani 180,01 ale 180. Preto aj keď je jazyk matematiky vnořený do bežného jazyka, možno si ho predstaviť ako *kryštál* (ako štruktúru nemenných, jednoznačných a ostrých vzťahov), ktorý pláva v tekutine bežného jazyka. Klasickí filológovia sú znalci prúdenia tekutiny. Ich poznatky

7 Je typické, že jedna z posledných monografií o antickej matematike – Netz, R., *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics*. Cambridge, Cambridge University Press 1999 – obsahuje často citovanú vetu „Pythagoras the mathematician perished finally AD 1962“ (s. 272). Rok 1962 je rokom pôvodného vydania Burkertovej monografie *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism* (c.d.). Zdá sa, že medzi filológmi dnes existuje zhoda, že obdobie vzniku antickej matematiky nie je možné spoľahlivo rekonštruovať.

sú pre historika matematiky nedoceniteľné. Ale okrem zákonitostí prúdenia tekutiny existujú aj zákony štruktúry kryštálu, ktoré nezávisia od kvapaliny, v ktorej kryštál pláva. Tvrdenia matematiky, aj keď sú vnorené do bežného jazyka, sú od pravidiel tohto jazyka nezávislé.

Predmetom predkladanej state⁸ je proces kryštalizácie, teda opis toho, ako sa z bežného jazyka vynára jazyk matematiky. Metaforou kryštálu chcem vyjadriť, že ku vzniku matematiky možno pristupovať z dvoch strán, zo strany kvapaliny (klasickej filológie) a zo strany kryštálu (matematiky). Kryštál vzniká z kvapaliny a žiaden iný materiál nemá k dispozícii. Ale štruktúra kryštálu je zásadne iná ako štruktúra kvapaliny – je určená vlastnosťami molekúl nerastu tvoriaceho kryštál a (až na prípadné nečistoty) nezávisí od zloženia kvapaliny, v ktorej kryštál vyrástol. Proces kryštalizácie možno popísať buď ako vylučovanie nerastu z kvapaliny (ako *historický proces zamrzania metafor bežného jazyka*, kedy nestále, neostré a viacznačné metafory v dôsledku historicky kontingentných tlakov nadobúdajú nemenný, presný a jednoznačný zmysel), alebo ako vynáranie kryštálu (ako *teleologický proces vzniku syntaxe a sémantiky jazyka matematiky*, kedy sa nemenné, presné a jednoznačné pojmy ako aj syntaktické pravidlá vynárajú z prirodzeného jazyka tak, aby zapadli na svoje jedinečné miesto, vopred určené celkovou štruktúrou nového jazyka).⁹

Keby bola šanca opísať proces vzniku matematiky historicky, t.j. keby sme mohli sledovať, ako sa u jednotlivých historických postáv pojmy, vzťahy a pravidlá postupne odpútavajú od metafor, analógií a poukazov prirodzeného jazyka a od ukotvenosti v bežnej skúsenosti, teleologický opis by nemal zmysel. Lebo nik nemôže popierať skutočnosť, že matematika sa zrodila z bežnej skúsenosti a jazyk matematiky vyrástol z prirodzeného jazyka. V situácii, kedy kvôli nedostatku dokumentov historický opis nie je možný, však stojí za to pokúsiť sa aspoň o výklad teleologický. Pri teleologickom vý-

8 Presnejšie predmetom série statí venovaných Thalétovi, Pythagorovi a Euklidovi a tvoriacich matematický protipól k statiam, ktoré boli venované vzniku fyziky. Pozri Kvasz, L., Galileovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie. *Filosofický časopis*, 48, 2000, č. 3, s. 373-399; ten istý, Descartovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie. *Filosofický časopis*, 49, 2001, č. 2, s. 213-240; ten istý, Newtonovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie. *Filosofický časopis*, 52, 2004, č. 3, s. 411-440; a ten istý, O idealizácii v exaktných vedách. *Filosofický časopis*, 60, 2012, č. 4, s. 483-503.

9 Metafora kryštalizácie tu môže pôsobiť ako cudzí prvok. Cieľom state je navrhnúť nový prístup k rekonštrukcii vzniku antickej matematiky a metaforický jazyk sa môže zdať zbytočne vágny. Pojem fázového prechodu, pod ktorý spadá aj kryštalizácia, však považujeme za kľúčový pre pochopenie základnej perspektívy nášho prístupu. Zrod matematiky nevnímate ako kauzálne podmienený deterministický proces, ale skôr ako „fázový prechod v kognitívnom systéme“. Je otáznke, či sa niekedy podarí rozpracovať dostatočne ucelenú teóriu týchto procesov, ale veríme, že metafora kryštalizácie navodí aspoň kontext či aspekt, z hľadiska ktorého problém vnímate.

klade vychádzame zo štruktúry jazyka matematiky a snažíme sa porozumieť tomu, ako sa takáto štruktúra mohla zrodiť.¹⁰ Snažíme sa opísať príbeh vzniku matematiky ako teleologický proces spenia k danej štruktúre. Proces vzniku matematiky budeme teda (v tejto a v nasledujúcich statiach) opisovať z hľadiska jeho finálneho produktu, ktorým je matematika, ako ju poznáme.

Rekonštruovať proces, ktorý trval vyše 300 rokov, iba na základe znalosti jeho výsledného produktu, by bola trúfalosť. Našťastie jazyk matematiky nie je jediný „kryštálový jazyk“, ktorý bol v histórii vytvorený. Pri rekonštrukcii vzniku matematiky sa budeme opierať o hypotézu, podľa ktorej zrod jazyka matematiky v období medzi Thalétom a Euklidom bol v mnohých aspektoch analogický so zrodom jazyka fyziky, ku ktorému došlo v období medzi Galileom a Newtonom. Samozrejme, uvedomujeme si, že matematika a fyzika sú značne odlišné disciplíny, líšiace sa ako povahou poznania, ktoré prinášajú, tak aj metódou, ktorou ho získavajú. Nemožno však popierať, že matematika a fyzika majú aj určité aspekty, ktorými sú si veľmi blízke – exaktnosť, všeobecnosť a nevyhnutnosť. Veríme, že vďaka týmto spoločným aspektom, ktoré majú podľa nášho názoru pôvod v určitých spoločných vlastnostiach ich jazyka, bude možné použiť poznatky získané pri analýze vzniku jazyka fyziky ako vodiťko pri opise zrodu jazyka matematiky.

Táto stať tak nadväzuje na state venované výkladu galileovskej, descartovskej a newtonovskej fyziky¹¹ a na knihu *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*,¹² kde sme ukázali, že galileovskú, karteziánsku a newtonovskú fyziku je možné vyložiť ako tri etapy procesu vzniku jazyka fyziky. Schému vzniku jazyka fyziky chceme teraz aplikovať na výklad vzniku jazyka matematiky. Vedie nás pri tom presvedčenie, že vznik fyziky a vznik matematiky majú z lingvistického hľadiska podobnú štruktúru. Keď sa zameriame na túto lingvistickú štruktúru, zrod fyziky aj zrod matematiky predstavujú proces konštitúcie formálneho jazyka nového druhu. Vznik matematiky je z lingvistického hľadiska zrodom jazyka umožňujúceho o ideálnych atemporálnych objektoch matematiky odvodiť exaktné, všeobecné a nevyhnutné tvrdenia pomocou manipulácie so symbolmi. Podobne vznik fyziky je z lingvistického hľadiska zrodom jazyka umožňujúceho o ideálnych temporálnych objektoch fyziky pomocou manipulácie so symbolmi odvodiť časový vývoj ich stavu. Preto aj

10 V histórii vedy je výklad dejín ako smerovania k súčasnému stavu (označovaný ako *whigizmus*) podrobený ostrej kritike (viď napríklad Špelda, D., *Proměny historiografie vědy*. Praha, Filosofia 2009, s. 97-100). Domnievame sa však, že keď neexistuje nič lepšieho, musíme sa uspokojiť aj s takýmto výkladom.

11 Pozri Kvasz, L., *Galileovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie*, c.d.; ten istý, *Descartovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie*, c.d.; a ten istý, *Newtonovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie*, c.d.

12 Kvasz, L., *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*. Praha, Filosofia 2013.

keď sa v mnohých aspektoch matematika a fyzika zásadne odlišujú, z hľadiska povahy ich jazyka je medzi nimi hlboká príbuznosť.

V tejto stati sa zameriame na prvú etapu procesu idealizácie, ktorú predstavujú thalétovská matematika, resp. galileovská fyzika. Naším cieľom je ukázať, že z určitého dostatočne abstraktného hľadiska vykazujú jazyky týchto dvoch teórií pozoruhodné paralely. Popri tom, ako sa pokúsime tieto paralely presvedčivo vyložiť, bude náš výklad sledovať aj metodologické ciele – pokúsime sa obhájiť použitý postup ako legitímnu metódu lingvistickej rekonštrukcie. Pri tejto metóde najprv čo najpresnejšie zhrnieme základné výtobytky galileovskej fyziky (v porovnaní s aristotelovskou fyzikou) a jej základné nedostatky (z pohľadu ďalšieho rozvoja fyziky),¹³ a následne toto zhrnutie použijeme ako vodítko pri interpretácii správ, ktoré sa dochovali o Thalétovi. Chceme ukázať, že mnohé črty Thalétovho pojatia matematiky sú z epistemologického hľadiska analogické zodpovedajúcim črtám galileovskej fyziky. Táto analógia napĺňa konkrétnym obsahom tézu, že galileovská fyzika a thalétovská matematika predstavujú prvé štádiá procesu idealizácie.

Spomínaná analógia môže poslúžiť ako argument v prospech autenticity správ o Thalétovi, o ktoré sa naše interpretácie opierajú. Logika tohto argumentu je nasledovná: ak je v procese idealizácie vo všeobecnosti možné rozpoznať určité štádiá vyznačujúce sa jednotným jazykom a na tomto jazyku založeným kognitívnym štýlom a ak sú aspekty tohto kognitívneho štýlu pripisované Thalétovi autormi, ktorí nepoznali dynamiku procesu idealizácie, netušili nič o existencii príslušných štádií, a teda si nemohli vymyslieť príslušný kognitívny štýl; tak je pravdepodobné, že príslušné správy sú autentické, čo znamená, že skutočne existovala osoba, ktorej myslenie sa vyznačovalo príslušným kognitívnym štýlom.¹⁴ Platí to obzvlášť v prípade *ne-*

13 Je zaujímavé, že o nedostatkoch Galileovho systému sa v literatúre veľa nepíše. Prevláda trend o veľikánoch písať pozitívne. Keď porušíme túto zvyklosť a pokúsime sa čo najpresnejšie charakterizovať nedostatky Galileovho systému, nie je naším cieľom ikonoborectvo. Vedie nás skôr presvedčenie, že na diele takých veľikánov, akým je Galileo, sú poučné nielen jeho kladné aspekty, ale aj jeho nedostatky. Až výklad nedostatkov umožňuje porozumieť medziám, a tým aj charakteru myslenia toho ktorého vedca.

14 Termínom *kognitívny štýl* označujeme spoločné črty charakterizujúce dielo určitého mysliteľa, ako je *spôsob argumentácie* (používanie či odmietanie analógií), *striktnosť argumentácie* (uvádzanie predpokladov či ich zamlčovanie), *mera všeobecnosti tvrdení* (rozbor konkrétnych prípadov či štúdiu všeobecných princípov), *druh jednoty predmetu* (prechádzanie od jedného prípadu k nasledujúcemu či sledovanie jasného klasifikačného princípu), *metodologická jednota* (sledovanie jasne formulovanej metódy či používanie ad hoc trikov) a *spôsob výkladu* (vysvetľovanie motivácie jednotlivých krokov či jej zastieranie). Na neskorších štádiách vývinu jazyka matematiky je možné tieto črty presnejšie definovať ako *logickú silu*, *expresívnu silu*, *metodickú silu*, *integratívnu silu*, *explanatorickú silu* a *metaforickú silu jazyka*, ktoré súhrnne označujeme ako *potenciality jazyka matematiky* (pozri Kvasz, L., *Náčrt teórie potencialít jazyka matematiky*. In: Kvasnička, V. – Pospíchal, J. – Návrat, P. – Trebatický, P. /ed./, *Umělá inteligencia a kognitívna*

gatívnych aspektov, ktoré boli neskorším vývojom prekonané, a u ktorých preto niet dôvodu, aby ich neskorší autori Thalétovi pripísali. Pripísať Thalétovi matematické poznatky, ktoré majú určitú spoločnú črtu (v zápornom zmysle, t.j. určitý *spoločný nedostatok* – ktorý my jasne vidíme, ale ktorý si autori píšuci o Thalétovi nemohli uvedomovať), ktorá ich odlišuje od neskoršej matematiky, nasvedčuje tomu, že tieto poznatky boli s veľkou pravdepodobnosťou súčasťou nedochovaného diela (či už zapísaného alebo nie), ktoré predstavovalo určitú (neskôr prekonanú) etapu vo vývine matematiky.

Sme teda presvedčení, že *kognitívna koherencia* thalétovskej matematiky, ktorá umožňuje hovoriť o kognitívnom štýle, ako aj *negatívna odlišnosť* tohto štýlu, ktorá mala za následok jeho zánik v priebehu jedinej generácie a jeho nahradenie iným štýlom, môžu poslúžiť ako argument v prospech autenticity tradíciou uchovávaného obrazu thalétovskej matematiky. Napriek tomu, že pôvodné zdroje tohto obrazu sú stratené, a teda filologická rekonštrukcia neumožňuje potvrdiť jeho autenticosť, veríme, že v ranom období rozvoja gréckej matematiky existoval autor alebo určitá skupina autorov, ktorí skutočne pestovali zhruba ten druh matematiky, aký tradícia pripisuje Thalétovi. Ide o to, že *matematické črty* toho, čo sa o Thalétovi traduje, majú vnútornú *matematickú jednotu*, ktorú nemožno vysvetliť inak než existenciou jej autentického zdroja.¹⁵

1. Prvá etapa idealizácie vo fyzike – Galileo

Ako sme už uviedli, výklad Thalétovej matematiky založíme na analýze kognitívneho štýlu, ktorý je charakteristický pre prvú etapu procesu idealizácie. V prípade fyziky sa toto prvé štádium viaže k dielu Galilea. Galileov kognitívny štýl sa pokúsime charakterizovať pomocou hlavných inovácií, ktorými prispel k rozvoju fyziky, a hlavných nedostatkov, ktoré musel ďalší vývoj prekonať.

1.1 Galileove inovácie

V otázke Galileovho prínosu sa názory odborníkov rozchádzajú – rôzni historici kladú dôraz na odlišné aspekty Galileovho diela.¹⁶ Pri výklade galileov-

/Pokrač. pozn. č. 14/ *veda II*. Bratislava, Vydavateľstvo Slovenskej Technickej Univerzity v Bratislave 2010, s. 263-290). V období vzniku jazyka matematiky však uprednostňujeme používať voľnejšie označenie kognitívny štýl.

15 V nasledujúcich pokračovaniach tejto state sa pokúsime podobným spôsobom charakterizovať matematiku raného pythagoreizmu a Euklida. Naša argumentácia je však najpresvedčivejšia v prípade Thaléta, lebo je málo pravdepodobné, aby neskorší autori zámerne pripisovali Thalétovi matematické poznatky s toľkými nedostatkami.

16 Pozri Kvasz, L., *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*, c.d., s. 35-43.

skej fyziky vychádzame z pojmu idealizácie ako *nahradenia určitého aspektu žitého sveta matematickou idealitou*. Pri tomto pohľade vystupuje do popredia Galileovo *nahradenie prirodzeného javu pohybu* (pohybu, ako sa s ním stretáme v žitom svete) *matematickým pohybom*, chápaným ako dokonalé plynutie. Vznik pojatia pohybu ako dokonalého plynutia si vyžiadal rad lingvistických inovácií, ktorých podrobnejší výklad možno nájsť v knihe *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*.¹⁷ Najvýznamnejšie z nich si tu stručne pripomenieme.

Prvá zásadná zmena súvisí s Galileovým objavom *zákona voľného pádu*. Pre Aristotela boli voľný pád a vodorovný pohyb zásadne odlišné pohyby. Voľný pád bol prirodzeným pohybom, teleso sa takto pohybovalo na svoje prirodzené miesto. Naproti tomu vodorovný pohyb bol pohybom neprirodzeným, vyžadujúcim hýbateľa. Galileova prelomová idea spočívala v tom, že sa na tieto dva pohyby pozrel z hľadiska naklonenej roviny. Voľný pád je pohybom po totálne naklonenej (zvislej) rovine, kým vodorovný pohyb je pohybom po rovine s nulovým sklonom. Postupným skláňaním podložky možno od voľného pádu spojiť prejsť k pohybu vodorovnému – a späť. Galileova predstavivosť dokázala spojiť javy, ktoré na pozadí žitého sveta spolu nesúvisia. Toto spojenie má výhody, lebo pohyb po mierne naklonenej rovine prebieha pomaly, a je tak prístupný pozorovaniu. Keď si na „šikmú plochu čo najviac vyleštenú a tvrdu“ nakreslíme vodorovné čiary s konštantným odstupom a začneme po nej kotúľať „gule čo najokrúhlejšie a najtvrdšie“, ¹⁸ môžeme zaznamenávať, kde bude guľa po prvej, druhej, atď. sekunde. Galileo objavil, že dráha prejdenej guľou narastá s druhou mocninou času. Keď rovinu viacej naklonil, pohyb sa zrýchlil, avšak zákon – dráha úmerná štvorcu času – ostal zachovaný. Preto je možné usúdiť, že aj pri zvislej polohe podložky bude dráha stále úmerná štvorcu času, hoci nemáme možnosť pozorovať to priamo. Galileov zákon voľného pádu bol jedným z prvých zákonov novovekej fyziky. Prináša uchopenie javu voľného pádu prostriedkami jazyka matematiky.

Zaujímavá je aj druhá krajná poloha naklonenej roviny – vodorovná doska. Predstavme si, že sa doska zvažuje zľava doprava, a kotúlajme po nej guľu v rovnakom smere t.j. zľava doprava. Pohyb gule sa bude zrýchľovať. Keď budeme postupne zmiernovať sklon dosky, až prejdeme cez vodorovnú polohu k opačnému sklonu, pričom guľa sa po doske stále kotúľa zľava doprava, zistíme, že pri pohybe nahor sa jej pohyb začne spomaľovať. Teda pohyb „z kopca“ je zrýchlený, pohyb „do kopca“ je spomalený. Vodorovný pohyb nie je ani zrýchlený, ani spomalený. Galileo tak objavil *zotrvačnosť pohybu*: „pohyblivé

17 Pozri tamže, s. 62-64.

18 Galilei, G., *Dialóg o dvoch systémoch sveta*. Prel. M. Pažitka. Bratislava, Vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied 1962, s. 29.

teleso po odstránení všetkých vonkajších prekážok sa pohybuje po naklonených rovinách čoraz pomalšie pri zmenšovaní sklonu roviny, takže nakoniec pomalosť sa stáva nekonečnou vtedy, keď sa uhol rovná nule a stáva sa vodorovnou rovinou ... Ale pohyb po rovnobežke [t.j. po vodorovnej čiare – L.K.], ktorá nie je ani naklonená, ani zdvihnutá, je kruhový pohyb okolo stredu. Z toho vyplýva, že ten pohyb ... keď bol už raz dosiahnutý, bude večne trvať s rovnakou rýchlosťou.“¹⁹ V každodennej skúsenosti sa s pohybom stretávame ako s procesom, ktorý skôr či neskôr zastane. Takýto pohyb je predmetom aristotelovskej fyziky. Pre Aristotela má každý pozemský pohyb hýbateľa, príčinu, ktorá ho vyvoláva. Základná Aristotelova percepcia je percepcia pokoja: pohyb vníma ako jeho narušenie, ako vybočenie z pokoja v dôsledku nejakej príčiny. Po ukončení pôsobenia príčiny aristotelovský pohyb zastane. Naproti tomu Galileov pohyb nezastane. Pre Galilea pohyb nie je prechodným narušením statického poriadku sveta, ako je tomu u Aristotela. Galileo prichádza s novým princípom, s **princípom zotrvačnosti**: keby na teleso umiestnené na dokonale hladkej vodorovnej ploche nič nepôsobilo, teleso by zotrvalo v rovnomernom pohybe neobmedzene dlho. Už nie pohyb, ale len zmeny pohybu si vyžadujú vysvetlenie. Netreba vysvetliť, prečo sa teleso hýbe, ale prečo zastane. Nepotrebujeme teda teóriu hýbateľa, ale teóriu „zastavovateľa“ (t.j. teóriu trenia).

1.2 Nedostatky galileovskej fyziky

Okrem pozitívnych momentov možno v galileovskej fyzike identifikovať aj niekoľko zásadných nedostatkov. Nedostatky Galileovho pojatia pohybu odhalíme, keď ho porovnáme s karteziánskym pojatím.²⁰ Pritom nejde o Galileove omyly či prehliadnutia, ale o nedostatky zásadnejšieho rázu, ktoré odhaľujú samotné medze galileovského prístupu k fyzike.²¹

Asi najnápadnejším nedostatkom galileovskej fyziky je **neexistencia univerzálnych zákonov**. Zákony objavené Galileom, či už zákon voľného pádu, zákon šikmého vrhu alebo zákon izochrónnosti kyvadla, opisujú určitú obmedzenú triedu javov a na ostatné javy sú neaplikovateľné.²² Zákon voľného pádu opisuje padajúce telesá a neplatí pre kyvadlá. Zákon izochrónnosti opi-

¹⁹ Tamže, s. 35.

²⁰ Pozri Kvasz, L., *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*, c.d., s. 65-71.

²¹ Tieto nedostatky nechápeme negatívne, teda ako nedostatky Galileovho spôsobu myslenia. Považujeme ich skôr za charakteristiky jazyka, prostriedkami ktorého Galileo rozvíja svoju fyziku. Pojem nedostatku tak považujeme za epistemologickú kategóriu, ktorá má pri opise procesu idealizácií podobnú úlohu, akú majú *logické a expresívne medze jazyka* pri opise re-reprezentácií (pozri Kvasz, L., *Patterns of Change. Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics*. Basel, Birkhäuser Verlag 2008, s. 16).

²² Tým sa líšia napríklad od zákona zachovania energie, ktorý platí pre všetky fyzikálne systémy, teda pre padajúce teleso rovnako ako pre kyvadlo.

suje kyvadlá a neplatí pre padajúce telesá. Galileovská fyzika rozbíja prírodu na izolované javy, pričom pre každý nachádza špeciálny, v jazyku matematiky vyjadrený zákon. Matematizácia prírodných javov bola krokom vpred, ale roztrieštenosť obrazu prírody ukazuje, že Galileo ešte nenašiel správny spôsob matematizácie. Zdrojom nesúrodosti galileovského opisu prírody je zrejme experiment. Experiment síce umožňuje nájsť pre určitý jav zodpovedajúci matematický zákon, ale tým, že pri ňom daný jav izolujeme od ostatných javov, experiment bráni prekročiť úroveň zákonov opisujúcich izolované javy. Galileovská fyzika vďaka svojmu úzkemu prepojeniu s experimentom stráca zo zreteľa jednotu prírody.

Druhým nedostatkom galileovskej fyziky je to, že opisuje pohyb *jednoduchých (nezložených) fyzikálnych systémov*. Keď zoberieme voľne padajúce teleso, teleso pohybujúce sa po naklonenej rovine alebo matematické kyvadlo, čo sú základné systémy opísané galileovskou fyzikou, sú to všetko jednoduché sústavy, ktoré pozostávajú prakticky z jediného telesa. Na prvý pohľad by sme to mohli považovať za prejav toho, že Galileo stojí na počiatku rozvoja fyziky, a tak sa jeho pozornosť prirodzene sústreďuje na opis jednoduchých systémov. Ale to je iba časť pravdy. Faktom je, že spôsobom, akým Galileo opisuje tieto systémy, keď experimentálne nachádza explicitné formuly pre časový priebeh pohybu, sa zložitejšie systémy opísať nedajú. Pre zložitejšie mechanické systémy sa spravidla nedá nájsť taký jednoduchý zákon, ako je zákon opisujúci voľný pád.

Tretím nedostatkom galileovskej fyziky je *partikulárne chápanie pohybu* (prejavujúce sa okrem iného rozlišovaním rôznych druhov pohybu, s čím súvisia *absencia pojmu stavu*, ako ho poznáme z dnešnej fyziky). Aristoteles mal kruhový pohyb oddelený od priamočiareho. Kruhový pohyb bol podľa neho princípom pohybu substancie tvoriacej *nebeské telesá*, kým priamočiary pohyb považoval za princíp pohybu telesa na jeho prirodzené miesto v *sublunárnej oblasti*. Galileo toto oddelenie prekonal, keď objavil že vodorovný pohyb na povrchu Zeme je zotrvačný, čím pripísal kruhový pohyb i pozemským telesám. Navyše prijatím kopernikovskej teórie zrušil Aristotelovu teóriu prirodzených miest. Stred Zeme nie je nehybný bod, preto na Zemi neexistuje žiadne pevné dole a hore, pomocou ktorého by bolo možné vysvetľovať pohyb ťažkých telies smerom dolu a ľahkých smerom hore. Galileo *homogenizoval priestor*, zrušil jeho rozdelenie na sublunárnu a translunárnu oblasť, ale *nehomogenizoval pohyb*. Ešte stále rozlišoval rôzne druhy pohybu (podobne ako Aristoteles). Keď teleso padá dolu, riadi sa jeho pohyb zákonom voľného pádu, keď sa pohybuje vodorovne, podlieha zákonu zotrvačnosti, keď letí šikmo nahor, bude jeho pohyb opísaný zákonom šikmého vrhu. Podľa galileovskej fyziky existujú rôzne druhy pohybu (a z empirického hľadiska oni naozaj existujú) a úlohou fyziky je ich matematicky

popísať. Dnešná fyzika, na rozdiel od toho, pozná jediný druh pohybu – rovnomerný priamočiary pohyb. Všetky ostatné pohyby sú dôsledkom interakcie. Je pozoruhodné, že Galileo rovnomerný priamočiary pohyb vlastne nepoznal, rôzne „druhy“ pohybu skúmal oddelene.²³ To ukazuje, že princíp zotrvačnosti, ktorý je centrálnym pojmom modernej fyziky, je v galileovskej fyzike obmedzeným princípom platným len pre úzku triedu pohybov – pre pohyby po dokonale hladkej vodorovnej ploche. Galileovská zotrvačnosť je tak vzdialená od nášho pojmu zotrvačnosti. Je to jeden z množstva javov, ktoré Galileo skúmal.

Asi najzávažnejším nedostatkom galileovskej fyziky je však **absencia pojmu interakcie**. Všetky zákony, ktoré Galileo objavil (zákon voľného pádu, zákon izochrónnosti kyvadla, zákon šikmého vrhu, princíp zotrvačnosti), sa týkajú pohybu jediného telesa, ktoré je izolované od pôsobenia iných pohybujúcich sa telies. Galileovskej fyzike chýba čo i len pokus opísať pôsobenie medzi telesami. Preto je podľa nej zrýchľovanie voľného pádu vlastnosťou tohto druhu pohybov, rovnako ako parabolický tvar trajektórie je vlastnosťou šikmého vrhu. Galileo necíti potrebu vysvetliť, ako je to možné, že určitý pohyb je zrýchlený. Chce ho iba čo najpresnejšie opísať. Absencia opisu interakcie v galileovskej fyzike je úzko spätá s geometrickým jazykom, pomocou ktorého Galileo opisuje pohyb. Keď sa pohyb snaží uchopiť ako spojené prechádzanie určitej vopred danej trajektórie, interakcia mu nutne vypadne z obrazu. Interakcia narušuje tvar trajektórie, a teda narušuje samotný rámec, pomocou ktorého Galileo opisuje pohyb. Podľa Galilea je kniha prírody napísaná jazykom matematiky. „Filozofia je napísaná v tejto veľkej knihe, univerze, ktorá je stále otvorená nášmu pohľadu. Ale tejto knihe nemožno porozumieť bez toho, aby sme sa nenaučili chápať jazyk a čítať písmená, pomocou ktorých je napísaná. Napísaná je v jazyku matematiky a jej písmenami sú trojuholníky, kružnice a ostatné geometrické útvary, bez ktorých nemožno porozumieť jedinému slovu.“²⁴ Zdá sa, že Galileo vsadil na nesprávnu matematiku, na *trojuholníky, kružnice a ostatné geometrické útvary* namiesto funkcií a diferenciálnych rovníc.

1.3 Epistemologická charakterizácia Galileovho kognitívneho štýlu

V predchádzajúcich dvoch oddieloch sme uviedli hlavné inovácie a nedostatky galileovskej fyziky. Opísali sme ich však v kontexte konkrétnych fyzi-

23 Podľa Galilea je zotrvačným pohybom rovnomerný pohyb po kružnici; priamočiarom je voľný pád, ktorý je však zrýchlený. Teda Galileo vlastne nepozná rovnomerný priamočiary pohyb newtonovskej fyziky. Tento príklad ukazuje *homogenizáciu* (priestoru, pohybu, matérie) ako základný princíp novovekej vedy.

24 Galilei, G., The Assayer. In: Drake, S., *Discoveries and Opinions of Galileo*. New York, Doubleday Company 1957, s. 237-238.

kálnych problémov, ktoré Galileo riešil, takže ich epistemologická štruktúra bola často prekrytá konkrétnym fyzikálnym obsahom. Preto sa teraz pokúsime prerozprávať obsah uvedených dvoch kapitol v jazyku epistemológie. Spojíme pritom príslušnú inováciu s nedostatkami, ktoré sú s ňou spojené.²⁵

Ako prvú inováciu sme uviedli, že Galileo je autorom *jednej s prvých propozícií* (zákona voľného pádu) sformulovaných v *novom epistemologickom štýle* (matematického vzťahu medzi empiricky určenými fyzikálnymi veličinami), ktorý je *charakteristický pre rodiacu sa disciplínu* (fyziku). Tejto propozícii však *chýbala všeobecnosť* (neexistencia univerzálnych zákonov) ako aj *skladobná syntéza* (zákony sa týkajú iba jednoduchých fyzikálnych systémov).

Ako druhú inováciu sme uviedli, že Galileo je autorom *nového princípu* (zotrvačnosti), ktorý otvára úplne *nový pohľad na skúmané javy* (odkrýva pohyb ako dokonalé plynutie). Súčasne však tento princíp má niekoľko nedostatkov – *neprináša radikálne zjednotenie javu, ktorého sa týka* (teda zotrvačný pohyb nechápe ako stav, t.j. ako základnú formu pohybu, ale kladie ho ako nový druh pohybu vedľa ostatných dovtedy skúmaných pohybov), a chýba mu *kauzálna syntéza* (teda pojem interakcie, ktorý umožňuje opísať prechod od jedného pohybového stavu k nasledujúcemu). Cieľom nasledujúcej kapitoly bude tieto epistemologické charakteristiky preniesť na Thaléta.

2. Prvá etapa idealizácie v matematike – Thalés

Thalés je Aristotelom, a následne väčšinou historikov filozofie, považovaný za zakladateľa filozofie.²⁶ O jeho živote sa dochovalo niekoľko správ, ktoré umožňujú určiť dobu jeho života. Najčastejšie sa pritom vychádza zo správ o Thalétovej údajnej predpovedi zatmenia Slnka, ktoré je možné na základe dnešných astronomických poznatkov pomerne presne datovať. V tejto súvislosti sa však vyskytli pochybnosti, lebo (spoľahlivo) predpovedať zatmenie Slnka na základe údajov dostupných v Thalétovej dobe nebolo možné.²⁷ Vedľa role zakladateľa filozofie a autorstva predpovede zatmenia Slnka je Thalétovi pripisovaná aj rola zakladateľa matematiky. Preto väčšina prehľadov dejín matematiky obsahuje výklad Thalétových matematických obja-

25 Galileova fyzika má rad ďalších nedostatkov. Galileo napríklad vyslovil princíp zotrvačnosti nesprávne pre kruhový, a nie pre priamočiary pohyb. Naším cieľom nie je podať vyčerpávajúci zoznam nedostatkov galileovskej fyziky, ale vybrať tie, ktoré možno použiť pri interpretácii thalétovskej matematiky.

26 Pozri Kirk, G. S. – Raven, J. E. – Schofield, M., *Předsókratovští filosofové*. Přel. F. Karfík, P. Koleček a T. Vítěk. Praha, Oikúmené 2004; Patočka, J., *Nejstarší řecká filosofie*. Praha, Vyšehrad 1996; či Hussey, E., *Presokratici*. Přel. M. Pokorný. Praha, Rezek 1997.

27 Pozri Longrigg, J., Thales. In: Gillispie, Ch. C. (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*. Vol. XIII. New York, Charles Scribner's and Sons 1976.

vov.²⁸ Mnohí autori sú však voči Thalétovi ako matematikovi skeptickí z dôvodov podobných tým, ktoré sme citovali zo Zelleru. Tak D. R. Dicks píše: „Gréci pripísali Thalétovi veľké množstvo objavov. Málo, ak vôbec nejaké z nich [z týchto pripísaní – L.K.] spočíva na spoľahlivom svedectve, väčšina z nich sú pripísania komentátorov a kompilátorov, ktorí žili niekde v dlhšej ére 700 až 1000 rokov po Thalétovej smrti, čo je časové obdobie ekvivalentné obdobiu medzi Viliamom Dobyvateľom a dneškom.“²⁹ Bezpečnejšie je uchýliť sa k opatrnejším formuláciám a Thalétove matematické objavy diskutovať v rovine správ.³⁰ Cieľom našej state je predložiť argumentačnú stratégiu v prospech autenticity Thalétovho autorstva príslušných matematických objavov na základe analógie s kognitívnym štýlom galileovskej fyziky.

Ako sme uviedli, inovácie a nedostatky galileovskej fyziky nepovažujeme za dôsledok Galileovej geniality, resp. nedôslednosti jeho myslenia, ale za epistemologické vlastnosti jazykového rámca, prostriedkami ktorého Galileo formuloval svoju fyziku. Tento rámec je charakteristický pre prvú etapu vzniku fyziky. Predpokladáme, že podobná etapa s jazykovým rámcom majúcom podobné epistemologické vlastnosti existovala aj pri zrode matematiky. Pokúsime sa preto nájsť matematické analógie epistemologických aspektov galileovskej fyziky. V Thalétovom diele budeme hľadať inovácie a nedostatky podobné tým, ktoré sme našli u Galilea. Najprv však uvedieme zoznam šiestich matematických tvrdení, ktoré tradícia pripisuje Thalétovi. Prvé štyri uvádza Proklos v *Komentári k prvej knihe Euklidových základov*,³¹ zvyšné dve sú od Diogena Laertskeho z jeho *Životopisov významných filozofov*:³²

T1: Priemer delí kruh na dve rovnaké časti.

T2: Oproti zhodným stranám ležia v trojuholníku zhodné uhly.

T3: Vrcholové uhly sú zhodné.

T4: Trojuholníky, ktoré sa zhodujú v dvoch stranách a v uhle nimi zovretom, sú zhodné.

28 Pozri Heath, T., *A History of Greek Mathematics*. Vol. 1, c.d.; Waerden, B. L. van der, *Erwachende Wissenschaft*, c.d.; alebo Kline, M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York, Oxford University Press 1972.

29 Dicks, D. R., Thales. *The Classical Quarterly*, New Series, 9, 1959, No. 3-4, s. 294.

30 Pozri napríklad Kočandrlje, R., Anaximandrova geometrie. *Filosofický časopis* 61, 2013, č. 1, s. 166-169.

31 Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Princeton, Princeton University Press 1992.

32 Diogenés Laertos, *Životopisy slávnych filozofov*. Prel. M. Okál. Bratislava, Vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied 1954.

T5: Určenie výšky pyramídy zmeraním dĺžky jej tieňa vtedy, keď má predmet rovnakú dĺžku ako jeho tieň

T6: Každý uhol nad priemerom je pravý.

Naším cieľom je ukázať, že tieto tvrdenia majú mnohé analogické epistemologické vlastnosti ako zákony galileovskej fyziky. Najprv sa sústreďme na inovácie thalétovskej matematiky.

2.1 Thalétove inovácie

Tak ako je Galileov zákon voľného pádu považovaný za jeden z prvých zákonov novovekej fyziky, sú tvrdenia pripisované Thalétovi, ako napríklad tvrdenie, že každý uhol nad priemerom je pravý, tradíciou považované za jedny z prvých tvrdení rodiacej sa matematiky. Pritom podobne ako je u Galilea zdôrazňované, že svoj zákon našiel experimentálne, čím sa stal zakladateľom *experimentálneho prístupu vo fyzike* (oproti špekulatívnej fyzike stredoveku), Proklos zdôrazňuje, že Thalés svoje tvrdenie dokázal, čím sa stal zakladateľom *deduktívneho prístupu v matematike* (oproti praktickej matematike Egypta a Babylonu). Ďalej, podobne ako je zákon voľného pádu špeciálnym prípadom zrýchleného pohybu v homogénnom tiažovom poli, ktorého zrýchlenie je konštantné, rovné $9,81 \text{ m.s}^{-2}$, je Thalétova veta (tvrdenie T6) zvláštnym prípadom vety o stredovom a obvodovom uhle (uvedenej v tretej knihe Euklidových *Základov*), keď je stredový uhol rovný 180° . Ako u Galilea, tak aj u Thaléta sa to, čo priniesli, stalo *trvalou súčasťou* rodiacej sa disciplíny (matematiky, resp. fyziky) a slúži ako paradigmatický príklad jej *metodického prístupu* (experimentálneho, resp. deduktívneho), pričom v oboch prípadoch je príslušný poznatok iba *špeciálnym prípadom* všeobecnejšieho poznatku, a ako taký je určený *konkrétnou voľbou* veľkosti určitého parametru (zrýchlenia, resp. stredového uhla).³³ Teda ako Galileov zákon voľného pádu, tak Thalétova veta predstavujú poznatky, s ktorými sa tradícia príslušnej disciplíny podnes identifikuje a vníma ich ako paradigmatické príklady nového prístupu.

Ako druhú inováciu galileovskej fyziky sme uviedli princíp zotrvačnosti, ktorého analógiu u Thaléta by mohlo byť niečo ako „*princíp zhodnosti*“. Tento princíp možno rozpoznať ako jednotiaci princíp väčšiny tvrdení pri-

33 Dôkaz si u Thaléta nemôžeme predstavovať tak, ako mu rozumieme dnes. Ak sa však pozrieme na vety, ktoré tradícia pripisuje Thalétovi, vidíme, že sa dajú priviesť k evidencii priamou manipuláciou (v skutočnosti či v predstave) s daným útvarom. Keď kruh prehneme cez priemer, jeho dve polovice sa budú kryť. Podobne keď trojuholník s dvomi zhodnými stranami preklopíme podľa osi uhla, ktorý tieto strany zvierajú, bude sa kryť s pôvodným, a teda má zhodné uhly oproti zhodným stranám. Dôkaz u Thaléta má povahu bezprostredného nahliadnutia pravdivosti tvrdenia na základe vhodnej manipulácie (preloženia, preklopenia alebo otočenia).

pisovaných Thalétovi. Keď sa zamyslíme nad charakterom tvrdení, ktoré sú tradíciou Thalétovi pripisované, tak si môžeme všimnúť, že väčšina z nich spočíva v nahliadnutí určitej zhodnosti, ktorá je dôsledkom symetrie útvaru, ktorého sa tvrdenie týka. Keď si túto *zhodnosť* všimneme, tvrdenie sa stáva *evidentným*. Analógia s princípom zotrvačnosti spočíva v tom, že zotrvačnosť znamená vlastne identitu stavu. Keď spravím s útvarom určitú transformáciu, voči ktorej je symetrický, jeho *tvar* sa nezmení. Podobne, keď sa teleso pohybuje rovnomerne priamočiari, zotrváva vlastne stále v tom istom *stave*. Pre vznik *atemporálnej siete nevyhnutných dôsledkov*, ktoré skúma matematika, mal tak „Thalétov princíp zhodnosti“ podobný význam, ako mal Galileov princíp zotrvačnosti pre vytvorenie siete temporálnych dôsledkov, ktorej skúmaním sa zaoberá fyzika.

2.2 Nedostatky thalétovskej matematiky

Prvý z nedostatkov galileovskej fyziky – absenciu všeobecných zákonov – možno ľahko preniesť na Thalétovu geometriu. **Nedostatok všeobecnosti tvrdení Thalétovej geometrie** je zrejmý na prvý pohľad. Samozrejme, pred každou vetou Thalétovej geometrie stojí všeobecný kvantifikátor: *každý* priemer delí kruh na dve rovnaké časti, v *každom* rovnoramennom trojuholníku ležia oproti zhodným stranám zhodné uhly, *každý* uhol nad priemerom je pravý... Tento druh všeobecnosti majú však aj zákony galileovskej fyziky. *Každé* teleso padá podľa zákona voľného pádu, malé kmity *každého* kyvadla sú izochrónne. Absencia univerzálnych zákonov neznamená, že sa zákon voľného pádu týka iba niektorých telies. V tomto zmysle je to všeobecný zákon. Jeho nedostatkom je, že sa týka iba voľného pádu. A presne tento druh particularnosti majú aj vety Thalétovej geometrie. Síce *každý* uhol nad priemerom je pravý, ale táto veta sa týka iba jedného druhu útvarov – kruhov rozpolených priemerom. Keď túto vetu porovnáme s Euklidovou vetou že stredový uhol je dvojnásobkom obvodového, vidíme, že Euklidova veta je všeobecnejšia. V Thalétových vetách sa tvrdí spravidla zhodnosť či rovnosť (napríklad rovnosť všetkých uhlov nad priemerom), kým u Euklida existuje celý rad iných vzťahov (napríklad pomer 2 : 1 medzi stredovým a obvodovým uhlom). Vety Thalétovej geometrie sú **veľmi špeciálneho druhu**, spravidla konštatujú zhodnosť či rovnosť určitých aspektov skúmaného útvaru.

Ako druhý nedostatok galileovskej fyziky sme uviedli, že opisuje pohyb jednoduchých (nezložených) fyzikálnych systémov. Túto vlastnosť možno nazvať **absenciou skladobnej syntézy**, teda absenciou princípu, ktorý by umožňoval spájať jednoduché systémy v zložitejšie celky. Preniesť tento nedostatok na Thalétovu geometriu opäť nepredstavuje problém. Tvrdenia Thalétovej geometrie sa týkajú jednoduchých (nezložených) geometrických útvarov. A opäť, podobne ako u Galilea, táto nezloženosť nie je prejavom toho,

že by sa Thalés spočiatku venoval jednoduchým útvarom. Thalétov princíp zhodnosti naznačuje, že matematika založená na rozpoznávaní symetrie (či zhodnosti) nemôže zájsť príliš ďaleko. Skladobná syntéza vyžaduje iné princípy než zhodnosť (rovnako ako vo fyzike bolo nutné prejsť ku skúmaniu iných pohybov než zotrvačného plynutia).

Ako tretí nedostatok galileovskej fyziky sme určili partikulárnosť chápania pohybu, t.j. *neschopnosť odhaliť jednotu všetkých pohybov* – vyjadrenú pojmom stav. U Thaléta nie je ťažké odhaliť paralelu tejto roztrieštenosti v jeho chápaní tvaru. Vodítkom tu môže byť Proklos, ktorý v súvislosti s tvrdením T4 uvádza zaujímavý detail. Tvrdí, že Thalés dokázal zhodnosť trojuholníkov za predpokladu zhodnosti ich dvoch strán a uhla nimi zovretého, ale nazval tieto trojuholníky „po starom podobnými“. Keď to dáme do súvisu s tvrdením T5, dochovaným u Diogena Laertskeho, zdá sa, že Thalés nemal pojem podobnosti v našom zmysle slova (keby ho mal, nemusel by pri meraní výšky pyramídy čakať na okamih, kedy má „predmet rovnakú dĺžku ako jeho tieň“). Podobne ako Galileo nechápal jednotu všetkých pohybov, zachytenú pojmom pohybového stavu, zdá sa, že Thalés nechápal jednotu všetkých podobných útvarov. Tak ako Galileo vyšetruje oddelene rôzne druhy pohybu, Thalés dokáže dať do súvisu iba zhodné útvary (napr. výšku útvaru a dĺžku jeho tieňa). Takto vlastne podobné útvary, rovnako ako rôzne druhy pohybu u Galilea, ostávajú izolované, skúma sa každý útvar osobitne. Galileo pevne zviazal fyziku s experimentom, čo má za následok, že fyzika je obmedzená na sféru javov. Ak Thalétovo pojmáť dôkazu ako bezprostredného nahliadnutia pochopíme ako analógiu ku Galileovmu založeniu fyziky na experimente, možno ako ďalší nedostatok Thalétovej geometrie uviesť *absenciu pojmu podobnosti*.

Ako štvrtý nedostatok galileovskej fyziky sme uviedli absenciu pojmu interakcie – zákony vyslovené Galileom opisujú pohyb *jediného telesa*, ktoré nie je vystavené kauzálnemu pôsobeniu okolitých telies. Tento nedostatok sme označili ako *absenciu kauzálnej syntézy*, ako neschopnosť jazyka spájať udalosti do kauzálnych reťazcov príčin a následkov. Matematickú analógiu absencie kauzálnej syntézy môžeme objaviť, keď si uvedomíme, že Thalétove dôkazy sú vlastne „jednokrokové“, majú povahu bezprostredného nahliadnutia pravdivosti príslušného tvrdenia. Jazyk Thalétovej geometrie nedokáže spájať tvrdenia do deduktívnych reťazcov príčin a dôsledkov. Preto možno povedať, že Thalétovej geometrii *chýba deduktívna syntéza*.

2.3 Kognitívny štýl thalétovskej matematiky

V thalétovskej matematike sa podarilo identifikovať základné epistemologické charakteristiky, ktoré korešpondujú s epistemologickými charakteristikami galileovskej fyziky. Thalés, podobne ako Galileo, priniesol jednu

z prvých propozícií sformulovanú v novom epistemologickom štýle (t.j. dokázanú). Tejto propozícii však, rovnako ako u Galilea, chýba všeobecnosť a skladobná syntéza. Ďalej, Thalés priniesol nový princíp (princíp zhodnosti), ktorý utvára nový pohľad na skúmané javy (odkrývajúci ich symetrie). Súčasne však nedokázal tieto javy v dostatočnej miere zjednotiť (pomocou vzťahov podobnosti a pomerov) a prepojiť prostredníctvom deduktívnej syntézy. Po krátkej dobe boli hlavné nedostatky thalétovskej matematiky – absencia skladobnej a deduktívnej syntézy – odstránené. Už u Pythagorovej vety máme do činenia s tvrdením, ktoré sa vyznačuje skladobnou syntézou (týka sa útvaru zloženého z jedného trojuholníka a troch štvorcov) a jeho dôkaz pozostáva z viacerých krokov.

Hlavný argument, ktorý chceme predložiť v prospech autenticity Thalétovho autorstva tvrdení, ktoré sú mu tradíciou pripisované, je nasledovný: v dobe, v ktorej boli príslušné tvrdenia Thalétovi pripísané („niekde v dlhej ére 700 až 1000 rokov po Thalétovej smrti“), matematika už dávno používala jazyk disponujúci skladobnou i deduktívnou syntézou, ktorý dokázal vyjadriť aj všeobecné tvrdenia a samozrejme obsahoval podobnosť. Preto keby aj neskorší autori chceli Thalétovi niečo pripísať, je veľmi nepravdepodobné, že by mu pripisovali súbor tvrdení, ktoré sa vyznačujú tak zásadnými epistemologickými nedostatkami. Dokonca je ešte menej pravdepodobné, že by tieto nedostatky pripísali všetkým údajným Thalétoým tvrdeniam – len preto, aby zapadli do kognitívneho štýlu prvej etapy procesu idealizácie, ktorý sme predviedli u Galilea, ale o ktorého existencii nemohli mať príslušní autori ani tušenie. Sme preto presvedčení, že Thalétova matematika je autentická, aj keď to nemôžeme doložiť textovou evidenciou. Toto presvedčenie zakladáme na evidencii epistemologickej.

3. Zhrnutie

Inovácie a nedostatky, pomocou ktorých sme charakterizovali jazyk galileovskej fyziky a thalétovskej matematiky, v mnohom pripomínajú *sily a medze* (ako sú napríklad logická či expresívna sila, resp. logické a expresívne medze jazyka), prostredníctvom ktorých je opísaná dynamika re-representácií v stati „Náčrt teórie potencialít jazyka matematiky“.³⁴ Je tu však jeden významný rozdiel. Medzi hlavné nedostatky galileovskej fyziky či thalétovskej matematiky patrí absencia skladobnej a deduktívnej syntézy. Jazyky vytvorené Galileom a Thalétom tvoria prvý stupienok na ceste k (Newtonovmu) jazyku fyziky, resp. k (Euklidovmu) jazyku matematiky, ktoré budú mať plne rozvinutú skladobnú a deduktívnu syntézu. Avšak aj keď tieto syntézy sú prísluš-

34 Kvasz, L., Náčrt teórie potencialít jazyka matematiky, c.d.

nými jazykmi zvládané, budú ešte stále vykazovať určité medze. Možno preto povedať, že logické a expresívne medze oddeľujú od seba jazyky s rôznym typom skladobnej syntézy.³⁵

SUMMARY

Thales' mathematics in the mirror of Galileo's physics

The aim of this article is to sketch a certain *method of indirect reconstruction* of the process by which mathematics as a deductive discipline emerged in ancient Greece. We try out this method in a reconstruction of Thales' mathematics, but the main aim for which this method has been developed is the work of Pythagoras. We consider the process of the emergence of mathematics as a *process of the constitution of a new language* in the framework of which one can carry out deductive proofs. Therefore we base the method of indirect reconstruction of the emergence of mathematics on the theoretical findings in the book L. Kvasz: *Vedecká revolúcia ako lingvistická udalosť* (*The Scientific Revolution as a Linguistic Event*, Prague, Filosofia 2013).

Keywords: the birth of mathematics, Thales, ancient geometry, idealization

ZUSAMMENFASSUNG

Thalets Mathematik im Spiegel der galileischen Physik

Ziel der vorliegenden Abhandlung ist es, eine *Methode zur indirekten Rekonstruktion* des Prozesses der Entstehung der Mathematik als Disziplin der Deduktion im antiken Griechenland aufzuzeigen. Diese Methode wird anhand der Rekonstruktion der Mathematik Thalets erprobt, wobei das Hauptziel der Entwicklung dieser Methode jedoch das Werk des Pythagoras ist. Den Prozess der Entstehung der Mathematik sehen wir als *Prozess der Konstituierung einer neuen Sprache*, mit der deduktive Beweise geführt werden können. Deshalb gründen wir die Methode der indirekten Rekonstruktion der Entstehung der Mathematik auf den im Werk von L. Kvasz: *Vedecká revolúcia ako lingvistická udalosť* (*Die wissenschaftliche Revolution als linguistisches Ereignis*, Prag, Filosofia 2013) enthaltenen Ergebnissen der Theorie.

Schlüsselwörter: Entstehung der Mathematik, Thales, Geometrie der Antike, Idealisierung

35 Na druhej strane podobnosť inovácií a nedostatkov so silami a medzami jazyka ukazuje, že galileovskú fyziku podobne ako thalétovskú matematiku tvoria celky rovnakej veľkosti, ako sú tie, ktoré od seba oddeľujú re-rezentácie. Na rozdiel od takýchto celkov, ktoré si v priebehu nasledujúceho rozvoja matematiky či fyziky uchovávajú určitú mieru identity a samostatnosti, bola však galileovská fyzika rovnako ako thalétovská matematika plne absorbovaná neskoršou newtonovskou, resp. euklidovskou paradigmou.